1.3.2 Množiny II (P)

Předpoklady: 010301

Rovnost množin

Množiny *A*, *B* se rovnají tehdy, když každý prvek množiny *A* je prvkem množiny *B* a zároveň každý prvek množiny *B* je prvkem množiny *A*. Píšeme $A = B$

Př. 1: Rozhodni, které z následujících množin se rovnají.
a) *A* je množina všech žáků v třetí lavici uprostřed
b) *B* je množina všech dojíždějících žáků
c) *C* je množina všech žáků, kteří mají službu
d) *D* je množina všech žáků, kteří sedí v lavici nejbližší katedře.

a) množina všech žáků v třetí lavici uprostřed
$A = \{Petra, Kamila\}$
b) množina všech dojíždějících žáků
Dojíždějících žáků je více než dva, tato množina se nemůže rovnat žádné jiné z uvedených množin.
c) množina všech žáků, kteří mají službu
$C = \{Petra, Kamila\}$
d) množina všech žáků, kteří sedí v lavici nejbližší katedře
$D = \{Silva, Suman\}$

Pedagogická poznámka: Schválně kolik žáků bude zbytečně vypisovat množinu b). Je to jen ukázka toho, že se vyplatí neustále přemýšlet o tom, co děláte.

Př. 2: Rozhodni, které z následujících množin se rovnají.
$A = \{x \in Z; x > 0\}$, $B = \{x \in R; |x| \leq 0\}$, $C = \{x \in Z; |x-2| < 2\}$, $D = N$, $E = \{0\}$,
$F = \{x \in N; x < 4\}$, $G = \left\{x \in R; \sqrt{x^2} = x\right\}$, $H = \{x \in R; x \geq 0\}$

Vypíšeme si jednotlivé množiny výčtem tak, abychom je mohli navzájem porovnávat.

$A = \{x \in \mathbb{Z}; x > 0\}$ $\quad$ $A = \{1; 2; 3; \ldots\} = \mathbb{N}$

$B = \{x \in \mathbb{R}; |x| \leq 0\}$ $\quad$ $B = \{0\}$

$C = \{x \in \mathbb{Z}; |x-2| < 2\}$ $\quad$ $C = \{1; 2; 3\}$

$D = \mathbb{N}$ $\quad$ $D = \{1; 2; 3; \ldots\} = \mathbb{N}$

$E = \{0\}$ $\quad$ $E = \{0\}$

$F = \{x \in \mathbb{N}; x < 4\}$ $\quad$ $F = \{1; 2; 3\}$

$G = \left\{x \in \mathbb{R}; \sqrt{x^2} = x\right\}$ $\quad$ $G = \langle 0; \infty)$

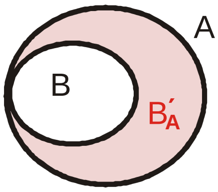
$H = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\}$ $\quad$ $H = \langle 0; \infty)$

Z pravého sloupce je ihned vidět, že platí: $A = D$, $B = E$, $C = F$, $G = H$.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad je možné uvést diskusí o strategii řešení.
Rovnost je snazší poznávat, pokud jsou množiny dané výpisem a proto se vyplatí zapsat všechny množiny výpisem a poté porovnávat výpisy.
Dalším zajímavostí je úprava. Když se výčty napíší způsobem uvedeným v učebnici, je vyhledání rovnajících se množin daleko snazší, než když jsou napsány nepřehledně pod i vedle sebe promíchaně se zadáním.
V případě, že je do konce hodiny málo času, je možné porovnávat pouze některé z množin.

Doplněk množiny

Je-li množina *B* podmnožinou množiny *A* nazýváme doplněk množiny *B* v množině *A* (zapisujeme B'_A) množina všech prvků *A*, které nepatří do množiny *B*.



Pokud je jasné, v jaké množině se doplněk množiny *B* tvoří, mluvíme jen o doplňku množiny *B* a píšeme B'.

Př. 3: Najdi doplňky následujících množin v množině všech žáků ve třídě.
a) množina všech kluků,
b) množina všech praváků,
c) množina všech žáků v oddělení u okna.

a) množina všech kluků
Doplňkem množiny všech kluků v množině všech žáků ve třídě je množina všech dívek.

b) množina všech praváků,
Doplňkem množiny všech praváků v množině všech žáků ve třídě je množina všech leváků.

c) množina všech žáků v oddělení u okna
Doplňkem množiny všech žáků v oddělení u okna v množině všech žáků ve třídě je množina všech žáků v prostředním oddělení a oddělení u dveří.

Př. 4: Urči doplňky následujících množin v množině *Z*.

a) $A = \{x \in Z; x < 3\}$ b) $B = N$

c) $C = \{x \in Z; x \geq |x|\}$ d) $D = \{x \in Z; |x| > 0\}$

$A = \{x \in Z; x < 3\}$	$A = \{2;1;0;-1;-2;...\}$	$A'_Z = \{x \in Z; x \geq 3\}$
$B = N$	$B = \{1;2;3...\}$	$B'_Z = \{x \in Z; x \leq 0\}$
$C = \{x \in Z; x \geq \|x\|\}$	$C = \{0;1;2;...\}$	$C'_Z = \{-1;-2;-3...\}$
$D = \{x \in Z; \|x\| > 0\}$	vše kromě nuly	$D'_Z = \{x \in Z; \|x\| \leq 0\} = \{0\}$

Pedagogická poznámka: Někteří studenti neoznačují doplňky názvem. Zkuste jim připomenout, že definice uvádí i pojmenování hledaných množin.

Př. 5: Je dána množina A a její podmnožina B. Jakou množinu můžeme označit jako doplněk doplňku množiny B v množině A.

Jde opět o množinu B. Doplňkem doplňku množiny B jsou prvky množiny A, které nepatří do množiny prvků, které nejsou v množině $B \Rightarrow$ jde o prvky, které náleží do množiny B.

Shrnutí: Pokud důsledně uplatňujeme definice, pravděpodobnost chyby je malá.